

Лабораторная работа

АКТИВНЫЕ ФИЛЬТРЫ НИЖНИХ ЧАСТОТ

Цель работы: изучение принципов построения и характеристик активных фильтров нижних частот, используемых в многоканальных измерительных системах для восстановления непрерывных сигналов по дискретным отсчетам и для ограничения ширины спектра входных сигналов.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Фильтром нижних частот (ФНЧ) называют устройство, которое без изменения передает сигналы с частотами от нуля до некоторого заданного значения частоты и обеспечивает затухание сигналов с более высокими частотами.

Работа ФНЧ в частотной области характеризуется его передаточной функцией $K(j\omega) = K(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$. Модуль $K(\omega)$ называют амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) (рисунок 1,а), аргумент $\varphi(\omega)$ – фазо-частотной характеристикой (ФЧХ) (рисунок 1,б).

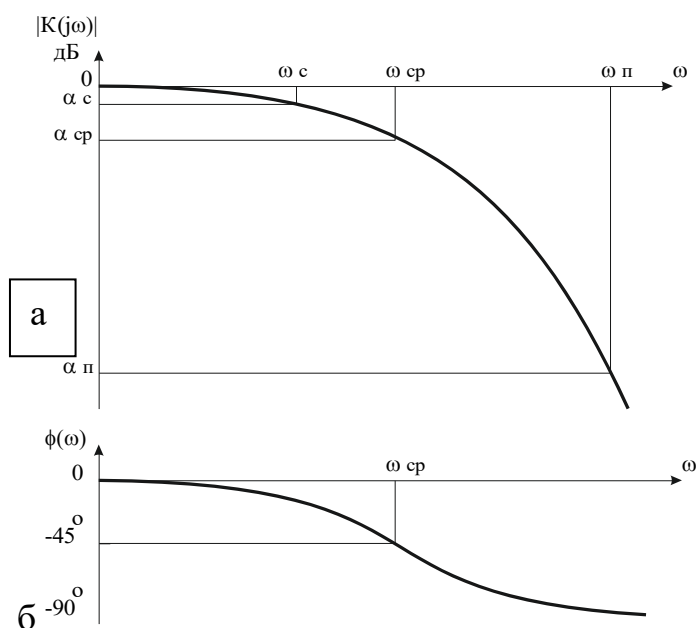


Рисунок 1 – АЧХ и ФЧХ фильтра нижних частот

α_c – затухание АЧХ на частоте измерительного сигнала $\omega_c = 2\pi Fc$; для измерительных систем это затухание не превышает, обычно, долей дБ (затухание в 0.1 дБ примерно соответствует уменьшению коэффициента передачи на 1%).

Область частот от нуля до ω_{cp} называют полосой пропускания. Область частот выше $\omega_{п}$ называют полосой задерживания (подавления). Область между ω_{cp} и $\omega_{п}$ называют переходной областью.

Ширина переходной области зависит от скорости (крутизны) спада АЧХ ФНЧ, которая имеет размерность дБ/декаду. Обозначим скорость спада АЧХ как V [дБ/дек]. Для ФНЧ первого порядка $V = -20$ [дБ/дек], второго - -40 [дБ/дек], третьего - -60 [дБ/дек] и т. д.

Частота подавления связана с частотой опроса и максимальной частотой в спектре модулирующего сигнала соотношением $\omega_{опр} = \omega_{п} + \omega_c$ (см. раздел 1 лабораторной работы № 1). Для реальных ФНЧ $\omega_{п} > \omega_c$, поэтому частота опроса должна быть выше, чем при опросе по Котельникову, а именно, $F_{опр} = 2\eta Fc$, где η - коэффициент избыточности. Чем шире переходная область ФНЧ, тем больше будет коэффициент избыточности.

Для анализа работы ФНЧ во временной области исследуют его переходную функцию $h(t)$, т. е. реакцию фильтра на входной единичный скачок напряжения. Для простейшего ФНЧ первого порядка переходная функция имеет аperiodический характер (рисунок 2). Переходные функции более сложных ФНЧ будут исследованы в данной работе.

Во временной области выделяют следующие параметры, характеризующие работу ФНЧ:

t_3 - время запаздывания (замедления), интервал времени, в течение которого $U_{вых}(t)$ достигает 50 % установившегося значения; для определения зависимости времени замедления от частоты берут производную от ФЧХ по частоте $t_3(\omega) = -d[\varphi(\omega)]/d\omega$;

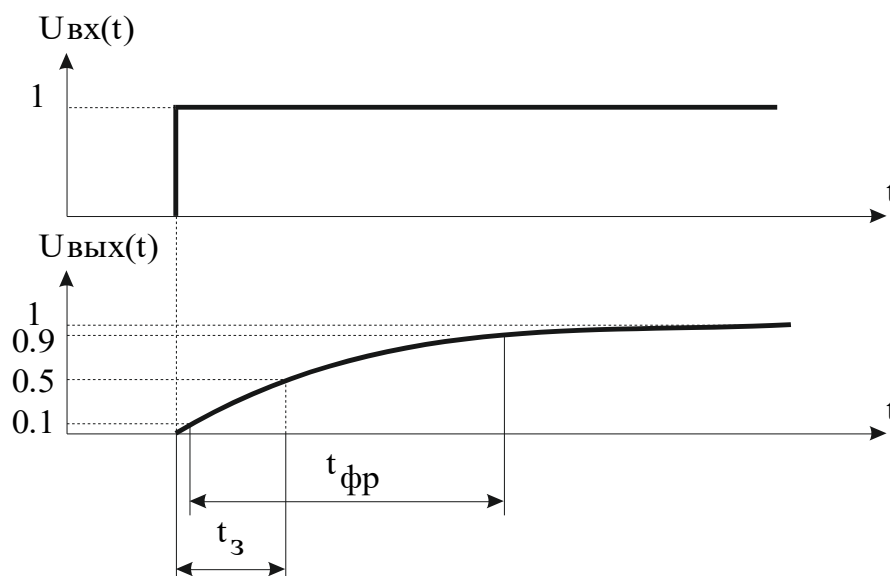


Рисунок 2 – Реакция ФНЧ на единичный скачок сигнала на входе

$t_{\text{фр}}$ - время нарастания (длительность фронта) импульса на выходе фильтра; в качестве длительности фронта берут интервал времени между точками, в которых значения выходного сигнала составляют 0.1 и 0.9 от установившегося значения;

$t_{\text{уст}}$ - время установления, время, после которого сигнал на выходе фильтра отличается от установившегося значения не более чем на некоторое заданное значение; например, для простейшего апериодического ФНЧ, состоящего из RC цепи, время установления для случая, когда выходное напряжение отличается от установившегося значения менее чем на 1 %, составляет $5RC$.

Другой характеристикой ФНЧ, которая используется для его описания во временной области, является импульсная переходная функция или функция веса $g(t)$. Импульсной переходной функцией называют реакцию (отклик) ФНЧ на входной единичный импульс (дельта-функцию).

Если на вход ФНЧ подать последовательность дискретных отсчетов непрерывного сигнала, полученных в соответствии с теоремой В.А. Котельникова, то каждый импульс обуславливает выходной сигнал вида $g(t)$. Наложение друг на друга во времени выходных сигналов, соответствующих каждому дискретному отсчету, образует результирующий сигнал в виде

непрерывной функции времени. Таким образом, с помощью ФНЧ можно восстанавливать непрерывные сигналы по их дискретным отсчетам, естественно, при условии, что ширина полосы частот, занимаемых сигналом, не превышает частоты среза фильтра. Амплитуда восстановленного сигнала определяется соотношением длительности дискретного отсчета и периода дискретизации (см. формулу (1) в лабораторной работе № 1).

Импульсная переходная функция $g(t)$ связана с переходной функцией $h(t)$ соотношением: $g(t) = d[h(t)]/dt$.

С передаточной функцией импульсная переходная функция связана обратным преобразованием Фурье

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K(j\omega) e^{j\omega t} d\omega.$$

При этом необходимо учитывать, что перед правой частью равенства имеется множитель 1 с размерностью площади дельта-функции $[B \times c]$.

Соответственно функция $K(j\omega)$ является преобразованием Фурье импульсной переходной функции

$$K(j\omega) = \int_0^{\infty} g(t) e^{-j\omega t} dt.$$

В данном случае перед интегралом имеется множитель 1 с размерностью $[B \times c]^{-1}$.

Для реализации ФНЧ высоких порядков используют активные RC фильтры, состоящие из RC элементов и операционного усилителя. Такие фильтры эффективны в полосе до 100 кГц. Это ограничение обусловлено ограниченной полосой частот пропускания операционных усилителей. Наиболее широко применяются активные фильтры Баттерворта, Бесселя и Чебышева. В данной работе будут исследоваться эти фильтры 4-го порядка.

Передаточная функция ФНЧ 4-го порядка описывается выражением

$$K(p) = \frac{K_0}{(1 + a_1 p + b_1 p^2)(1 + a_2 p + b_2 p^2)},$$

K_0 - коэффициент передачи на нулевой частоте,

a_i и b_i - действительные положительные коэффициенты.

Параметры ФНЧ (плоскость вершины АЧХ, крутизна спада АЧХ, время замедления и т. д.) могут быть оптимизированы по каким-либо критериям. Для каждого из критериев коэффициенты a_i и b_i имеют строго определенное значение.

Фильтры Баттерворта имеют довольно длинный горизонтальный участок (плоскую вершину) АЧХ и резкий спад ее за частотой среза. Увеличение порядка фильтра приводит к увеличению “плоскости” вершины АЧХ.

Переходная функция $h(t)$ фильтра Баттерворта имеет колебательный характер. С увеличением порядка фильтра колебания усиливаются.

Фильтры Чебышева имеют АЧХ с более крутым спадом за частотой среза, чем у фильтров Баттерворта. Однако в полосе пропускания АЧХ имеет волнообразный характер с постоянной амплитудой. Фильтр Чебышева иногда называют равноволновым фильтром, поскольку все пульсации (волны) равны по амплитуде. Неравномерность АЧХ обозначают как α_n и оценивают в дБ. Наибольшим допустимым размахом пульсаций обладают фильтры с неравномерностью передачи 3 дБ.

Колебательность переходной функции $h(t)$ у фильтров Чебышева выше, чем у фильтров Баттерворта.

Фильтры Бесселя обладают оптимальной переходной функцией $h(t)$. Они наиболее пригодны для обработки ступенчатого входного сигнала. Это объясняется тем, что ФЧХ фильтра Бесселя линейно зависит от частоты в полосе частот пропускания, следовательно время замедления, определяемое как $-d\varphi(\omega)/d\omega$, в полосе пропускания является постоянным числом, т. е. не зависит от частоты. Таким образом, все спектральные составляющие входного ступенчатого сигнала, попавшие в полосу пропускания, задерживаются фильтром Бесселя на одно и то же время, и сигнал на выходе фильтра наилучшим образом повторяет входной сигнал.

АЧХ фильтра Бесселя хуже чем у фильтров Баттерворта и Чебышева, ее спад более пологий.

То, что характеристика времени замедления фильтра Бесселя максимально плоская, подобно АЧХ фильтра Баттерворта, впервые показал Томсон. Поэтому фильтры Бесселя называют еще фильтрами Томсона.

Фильтры высокого порядка (третьего, четвертого и т. д.) реализуются последовательным соединением фильтров первого и второго порядка. В данной работе для получения фильтра четвертого порядка последовательно соединены два фильтра второго порядка, каждый из которых выполнен на основе инвертирующего операционного усилителя по схеме, приведенной на рис. 3.

Связь коэффициентов a_i и b_i передаточной функции ФНЧ с параметрами элементов фильтра описывается системой уравнений

$$\begin{cases} a_i = \omega_{cp} C2(R2 + R3 + \frac{R2R3}{R1}) \\ b_i = \omega_{cp}^2 C1C2R2R3. \end{cases}$$

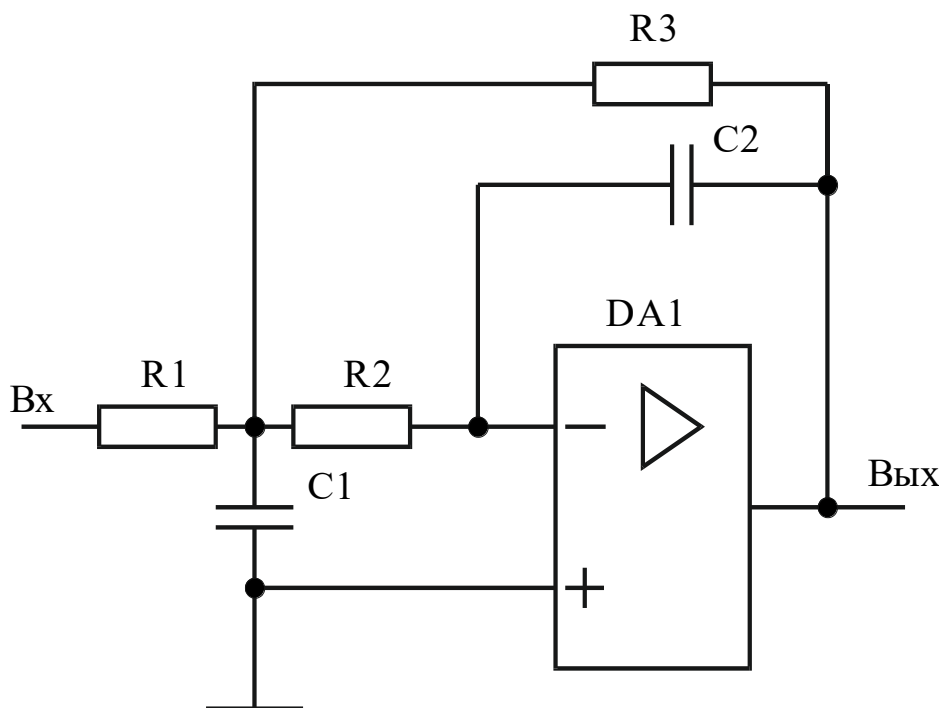


Рис. 3

Так как точные значения сопротивления резисторов подобрать легче, чем значения емкостей конденсаторов, решение системы уравнений выполняют относительно сопротивлений резисторов.

Расчет ФНЧ

При расчете параметров элементов первого каскада (первого из последовательно включенных ФНЧ второго порядка) в качестве коэффициентов a_i , b_i используют значения пары коэффициентов a_1 и b_1 , а для второго каскада - a_2 и b_2 .

$$R_3 = \frac{a_i C_1 - \sqrt{a_i^2 C_1^2 - 4 C_1 C_2 b_i (1 - K_0)}}{4 \pi f_{cp} C_1 C_2}, \quad (1)$$

$$R_2 = \frac{b_i}{4 \pi^2 f_{cp}^2 C_1 C_2 R_3}, \quad (2)$$

$$R_1 = \frac{R_3}{-K_0}. \quad (3)$$

В работе исследуются фильтры с коэффициентом передачи на нулевой частоте $K_0 = -1$.

Чтобы значение сопротивления резистора R_3 было действительным, должно выполняться условие

$$\frac{C_1}{C_2} \geq \frac{4 b_i (1 - K_0)}{a_i^2} = m. \quad (4)$$

Сильно превышать значение m не рекомендуется.

Значения коэффициентов a_i и b_i для фильтров четвертого порядка следующие:

фильтр Баттерворта - $a_1=1.8478$, $b_1=1.000$, $a_2=0.7654$, $b_2=1.000$;

фильтр Бесселя - $a_1=1.3397$, $b_1=0.4889$, $a_2=0.7743$, $b_2=0.3890$;

фильтр Чебышева с неравномерностью АЧХ $\alpha_n=3$ дБ -

$a_1=2.1853$, $b_1=5.5339$, $a_2=0.1964$, $b_2=1.2009$.

Расчет параметров элементов ФНЧ лучше вести в такой последовательности.

Задать частоту среза результирующего фильтра.

По известным значениям максимальной частоты в спектре модулирующего сигнала F_c и затуханию АЧХ на этой частоте α_c частоту среза f_{cp} ФНЧ Баттерворта определяют из выражения

$$f_{cp} = \frac{10^{\lg 2\pi F_c - \frac{\lg(10^{\frac{\alpha_c}{10}} - 1)}{2n}}}{2\pi}.$$

Принять значение коэффициента передачи на нулевой частоте $K_0 = -1$.

Если $|K_0| > 1$, то необходимо учитывать следующее. Коэффициент усиления операционного усилителя с разомкнутой обратной связью должен по крайней мере в 50 раз превышать значение коэффициента передачи фильтра на частоте среза f_{cp} .

2. Выбрать значение емкости конденсатора $C1$ из условия

$C1[\text{мкФ}] \approx 10/f_{cp}[\text{Гц}]$. Обратите внимание! Размерность емкости в микрофарадах. Для получения значений сопротивлений резисторов в килоОмах в (1)-(3) надо полученное значение $C1$ умножить на 10^{-3} .

3. Определить значение m из выражения (4).

4. В соответствии с полученным значением m определить емкость конденсатора $C2$ из условия $C2 \leq C1/m$.

5. Вычислить значения сопротивлений резисторов $R3$, $R2$, $R1$ по выражениям (1), (2) и (3).

При вычислении параметров элементов обращайтесь внимание на размерности входящих в формулы величин.

2. ПОДГОТОВКА К РАБОТЕ

2.1 Составить электрическую принципиальную схему ФНЧ четвертого порядка на основе инвертирующих операционных усилителей.

2.2. Рассчитать параметры элементов (R и C) фильтров четвертого порядка Баттерворта, Чебышева (с неравномерностью АЧХ 3 дБ) и Бесселя.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

3.1 Ввести схемы фильтров с параметрами фильтров Баттерворта, Чебышева и Бесселя.

3.2. Входы всех фильтров соединить вместе и подключить к выходу генератора прямоугольных импульсов. Задать длительности импульсов равной $t_u = (5 \div 10) / f_{\text{ср}}$ и период $T = 2 t_u$. Амплитуду импульсов задать равной 1 В. Этот импульс будет имитировать единичный скачок напряжения на входе ФНЧ.

3.3. Провести анализ схем фильтров в частотной области (AC Analysis).

3.3.1. Зафиксировать в отчет АЧХ каждого фильтра. Вывод графика АЧХ задается в окне AC Analysis Limits в графе Y-Expression в виде выражения $\text{db}(v(\text{№ узла схемы}))$. Отметить на графике цифровые значения частоты среза, затухание на частоте F_{c1} и F_{c2} , затухание на частоте F_p . Сравнить показания для разных фильтров между собой.

3.3.2. Зафиксировать зависимость от частоты группового времени задержки для каждого фильтра. Вывод графика группового времени задержки задается выражением $\text{gd}(v(\text{№ узла схемы}))$. Отметить на графиках время задержки на частотах F_{c1} , F_{c2} и $f_{\text{ср}}$.

3.3.3. Определить время задержки как производную от ФЧХ по частоте. Для этого в графе Y-Expression окна AC Analysis Limits ввести выражение $-\text{DEL}(\text{ph}(v(\text{№ узла схемы}))) / (\text{DEL}(F) \cdot 360)$, отображающее средствами MC5 производную $-d\varphi(\omega)/d\omega$.

Сравнить полученные результаты с данными п. 3.3.2.

3.4. Провести анализ схем фильтров во временной области (Transient Analysis).

3.4.1. Зафиксировать для отчета переходную функцию каждого из исследуемых фильтров.

3.4.2. Для каждого фильтра определить по переходной функции время запаздывания, время нарастания, время установления (по уровню 1 ± 0.05).

3.4.3. Определить для каждого фильтра импульсную переходную функцию как производную по времени от переходной функции $g(t)=dh(t)/dt$. Для этого в окне Transient Analysis Limits в графе Y-Expression ввести выражение $DEL(v(\text{№ узла схемы}))/DEL(T)$.

П р и м е ч а н и е : если время анализа задано в миллисекундах, то предельные значения выходного сигнала, задаваемые в графе Y Range надо умножить на 10^3 .

4. СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

4.1. Схема электрическая принципиальная активного фильтра нижних частот четвертого порядка.

4.2. Таблицы параметров элементов (R и C) для каждого типа ФНЧ.

4.3. Графики зависимости от частоты коэффициента передачи и группового времени задержки (для каждого фильтра) с отмеченными значениями α_c , α_n , f_{cp} , $gd(Fc1)$, $gd(Fc2)$.

4.4. Графики переходных функций $h(t)$ для каждого фильтра с отмеченными значениями t_z , $t_{фр}$, $t_{уст}$.

4.5. Графики импульсных переходных функций $g(t)$ для каждого ФНЧ.

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

5.1. Параметра, характеризующие ФНЧ в частотной области.

5.2. Как связаны ФЧХ и зависимость от частоты группового времени задержки.

5.3. В чем особенности ФНЧ Баттерворта, Чебышева, Бесселя?

5.4. Что такое ФНЧ? Область применения ФНЧ.

5.5. Как определить частоту среза для фильтра Баттерворта по заданному затуханию АЧХ на частоте сигнала F_c ?

5.6. Объясните различия, если они есть, в значениях затухания на частоте F_c для разных фильтров.

5.7. Объясните различия, если они есть, в значениях затухания на частоте подавления F_p для разных фильтров.

5.8. Что такое переходная функция ФНЧ? Параметры, характеризующие ФНЧ во временной области.

5.9. Что такое импульсная переходная функция?

5.10. Как определялась импульсная переходная функция в данной лабораторной работе.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Титце У., Шенк К. Полупроводниковая схемотехника: Пер. с нем. / Под ред. А. Г. Алексенко. М.: Мир, 1982. С. 185 - 205.

2. Джонсон Д., Джонсон Дж., Мур Г. Справочник по активным фильтрам: Пер. с англ. / Под ред. И. Н. Теплюка. М.: Энергоатомиздат, 1983. С. 9 - 15, 17 - 19, 63 - 67.